# Übungen zur Einführung in die Geometrie und Topologie - Blatt 3

Uni Bonn, SS 2023

**Aufgabe 9.** Versehe $\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$ mit der Teilraumtopologie. Beweise oder widerlege:

(a) $\mathbb{Q}$ ist lokal kompakt;

(b) $\mathbb{Q}$ ist lokal zusammenhängend;

(c) Jede Komponente von $\mathbb{Q}$ besteht aus genau einem Punkt;

(d) Die obige Topologie auf $\mathbb{Q}$ ist diskret.

**Aufgabe 10.** Beweise oder widerlege, dass $S^1$ und $S^n$ genau dann homöomorph sind, wenn $n = 1$ gilt.

**Aufgabe 11.** Sei $i\colon S^1 \to D^2$ die Inklusion und $p\colon S^1 \to \{*\}$ die Projektion.

Konstruiere stetige Abbildungen $f\colon D^2 \to S^2$ und $j\colon \{*\} \to S^2$ derart, dass folgendes Diagramm

$$\begin{tikzcd} S^1 \arrow[r, "i"] \arrow[d, "p"'] & D^2 \arrow[d, "f"] \\ \{*\} \arrow[r, "j"'] & S^2 \end{tikzcd}$$

ein Pushout ist.

**Aufgabe 12.** Beweise oder widerlege, dass es in der Kategorie der endlich-dimensionalen Vektorräume sowohl Pushouts als auch Pullbacks gibt.

Abgabe am 27.4. in der Vorlesung oder online