

Übungen zur Einführung in die Geometrie und Topologie – Blatt 8

Uni Bonn, SS 2023

Aufgabe 29. Zeige, dass für $n \in \mathbb{Z}$ die Abbildung $S^1 \rightarrow S^1$, $z \mapsto z^n$ eine Überlagerung ist.

Aufgabe 30. Sei $p: \bar{X} \rightarrow X$ eine Überlagerung und $A \subseteq X$ ein Teilraum. Beweise oder widerlege, dass $p|_{p^{-1}(A)}: p^{-1}(A) \rightarrow A$ eine Überlagerung ist.

Aufgabe 31. Sei $f: X \rightarrow X$ eine Selbstabbildung eines einfach zusammenhängenden Raumes. Definiere seinen Abbildungstorus durch das Pushout

$$\begin{array}{ccc} X \times \{0, 1\} & \xrightarrow{i} & X \times [0, 1] \\ \text{id}_X \amalg f \downarrow & & \downarrow \\ X & \longrightarrow & T_f \end{array}$$

wobei i die Inklusion ist und $\text{id}_X \amalg f$ den Punkt $(x, 0)$ auf x und den Punkt $(x, 1)$ auf $f(x)$ abbildet.

Berechne die Fundamentalgruppe von T_f .

Aufgabe 32. Sei X ein wegweise und lokal wegweise zusammenhängender Raum mit endlicher Fundamentalgruppe. Beweise oder widerlege, dass jede Abbildung $X \rightarrow S^1$ nullhomotop ist.