Übungen zur Einführung in die Geometrie und Topologie - Blatt 7

Uni Bonn, SS 2023

Aufgabe 25. Beweise $\pi_1(\mathbb{RP}^2) \cong \mathbb{Z}/2$.

Aufgabe 26. (a) Finde heraus und formuliere, was die Definition der Einhängung ΣX eines topologischen Raumes X ist.

(b) Beweise für einen wegweise zusammenhängenden topologischen Raum X, dass ΣX einfach zusammenhängend ist.

(c) Beweise für einen topologischen Raum X, dass $\Sigma(\Sigma X)$ einfach zusammenhängend ist.

Aufgabe 27. Für $k = 1, 2$ sei (X_k, x_k) ein wegweise zusammenhängender punktierter Raum derart, dass es eine offen Umgebung $U_k \subseteq X_k$ von x_k gibt, die punktiert homotopieäquivalent zu $\{x_k\}$ ist. Weiterhin sei $\pi_1(X \vee Y)$ isomorph zu $\mathbb{Z}$.

Beweise oder widerlege, dass dann einer der beiden Räume X_1 und X_2 einfach zusammenhängend ist.

Aufgabe 28. Sei folgendes Diagram ein Pushout, wobei i_1 und i_2 die Inklusionen sind

$$\begin{tikzcd}
(S^1 \times S^1) \vee S^2 \arrow[r, "i_1"] \arrow[d, "i_2"'] & (S^1 \times D^2) \times S^2 \arrow[d] \\
(S^2 \times S^1) \vee S^2 \arrow[r] & X.
\end{tikzcd}$$

Beweise oder widerlege, dass X ist einfach zusammenhängend ist.

Abgabe am 25.05. in der Vorlesung oder online